

数字信号与图像处理 aka 信号处理的数学导引 The Mathematical Tour of Signal Processing

张思容
zhangsirong@buaa.edu.cn

数学与系统科学学院, 北京航空航天大学
School of Mathematics and Systems Science, Beihang University

March 15, 2013

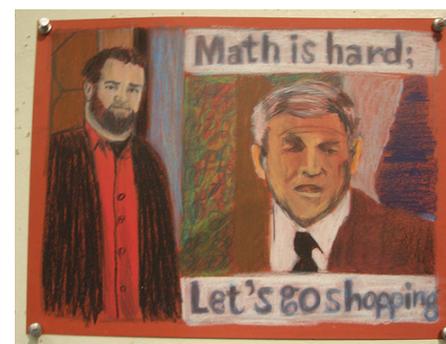
自我介绍

- 张思容: Ph.D. 几何分析, 医学图像分析;
- 办公时间: 周一(12-2pm)或预约。图书馆西配楼501
- 联系方式: 134-3920-1025. zhangsirong@buaa.edu.cn
- 欢迎大家学期中提建议和问题!

Chapter 0: 从数学观点看信号处理: 课程简介

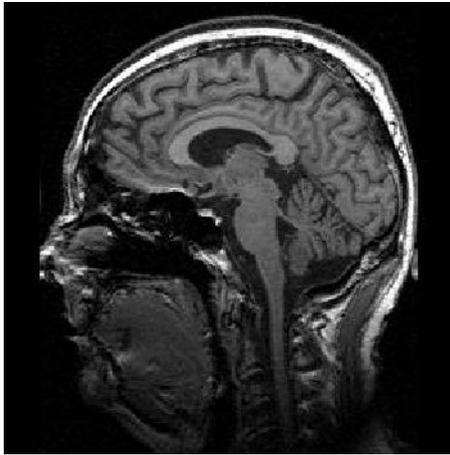
- 1 数学与信号处理
 - 信息与信号
 - 课程大纲
- 2 信号处理的数学模型
 - 信号与系统
 - 信号处理的例子
 - 信号的数学模型
- 3 MATLAB和信号处理简介

Motivation: 从数学到信息科学



- 信息是什么?
广义: "知识"+"可以理解"
狭义: 人的感官得到something
应用: 信号
- 信息科学是什么? 例子: 打电话。
信息获取, 信息传输, 信息处理和分析, 信息应用(控制).
- 相关学科:
EE, 自动化, BME, 系统工程;
- ***数学方法: (应用数学) 建模+方程+算法
Mathematics for Engineers!

信号的分类



- 自然信号: 声音, 图像, 电信号, 地震波..
- 人工信号: 电话, 收音机, 电视, 医学图像。
- 推广: 股票曲线, 人口曲线..
- 课程对象: 声音信号和图像信号。
- MATLAB demos: later

课程内容

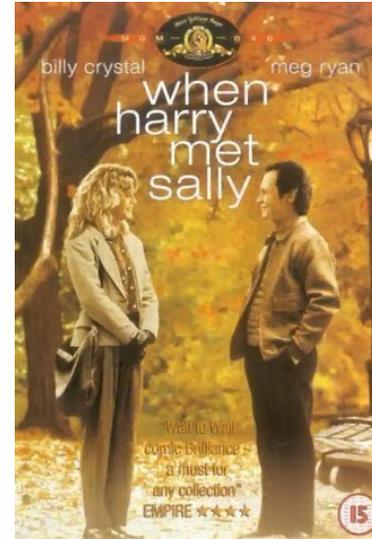
预备要求: 微积分, 线性代数, 程序设计.

主要目标: 学习不同数学模型的信号处理方法, 应用MATLAB编程***。

主要内容: 信号的表示; 数字信号处理, 随机信号处理, 算法与应用.
教学参考书:

- 推荐参考教材: 数字信号处理: 理论, 算法与实现; 胡广书, 清华大学出版社.
- (推荐)Signal Processing for everyone, Gilbert Strang. (介绍文章60页) 以及MIT 公开课程 18.085. CSE
- (本科生参考教材)数字信号与图像处理: 郑方,章毓晋. 清华大学出版社.7302120692
- (研究生参考教材)信号处理的数学方法, 柳重堪. 北航内部讲义。
- Matlab: MATLAB guide, D.Higham. SIAM 或其他MATLAB 参考书。

When 应用数学 meets 信号处理!(ICM1998)

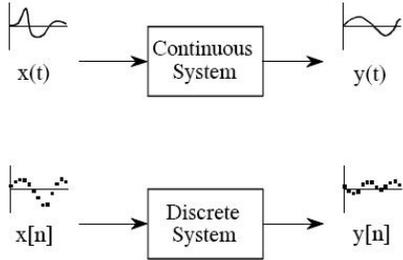


- 史前时代: 百科全书, 统计年鉴, 图书馆...
- (1950前)傅立叶分析 → 模拟信号
- (1950s)计算机诞生: 信息论, (1960s) 快速傅立叶变换(FFT) → 数字信号
- (1970s) 随机过程 → 语音信号
- (1980s) 调和分析 → 图像信号
- (1990s-现在) 小波, 几何PDE, 变分法, Markov随机场, 代数几何... → 医学图像, 录像, 计算机视觉。
- 信号处理的Holy grail: 人工智能 → (模式识别, 统计学习, 自动控制)

课程学习

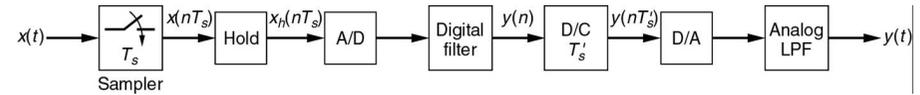
- 上课: 周二讲课为主(讲义), 周五上机与实践为主(MATLAB); 提问! Don't waste your time and my time!
- 作业3-4次: 含计算机作业。
本科生: 可以2-3人一组。
研究生: 可以合作但独立提交完成。
- 成绩评估(TBA)
本科: 平时作业30+上机作业30+大作业30+ 课堂参与 10=100
研究生: 平时作业30+上机作业30+大作业40=100

信号与系统



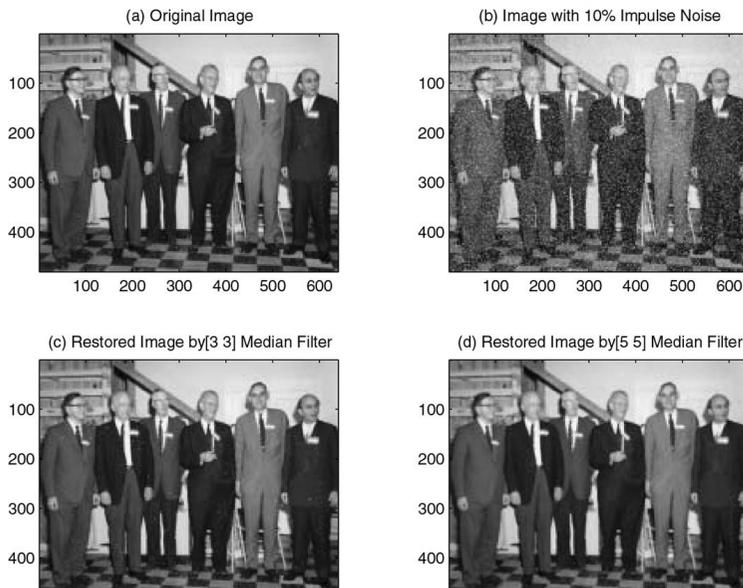
- 输入信号: $x(t), x(n)$ (冲激信号)
系统: H (滤波器)
输出信号 $y(t), y(n)$ (响应信号)
- 系统是个黑盒子 (black box)。
常见系统: 差分系统, LTI 滤波器。
动力系统? 控制系统?
- 计算机实现: 数据 \rightarrow 变换 \rightarrow 数据。
数学模型?

信号处理的例子



- 例子: 声音信号处理;
- 例子: 图像信号处理;
- 主要内容: 信号降噪, 信号恢复, 信号分析
信号表示与传输 \rightarrow 编码与信息论
信号识别与控制 \rightarrow 模式识别, 系统控制;

简单图像处理例子



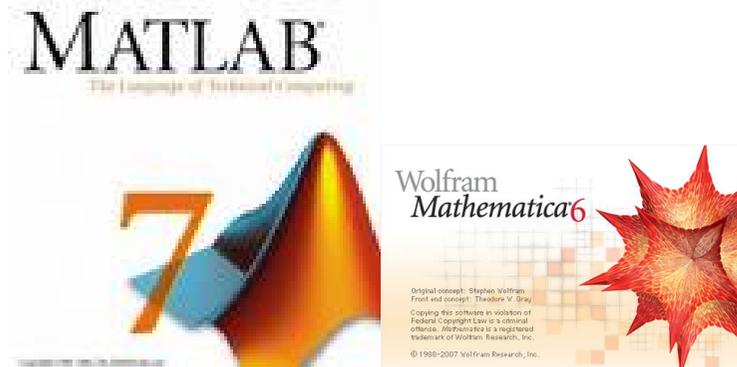
信号的不同模型

- 确定信号模型: $x(t) \in L^2 \rightarrow$ 傅立叶分析
泛函分析: 函数空间+线性算子 \rightarrow 小波分析
关键: 信号的稀疏表示
- 随机信号模型: $x(t)$ 是随机过程 \rightarrow 时间序列分析 ARMA
关键: 平稳随机过程, 谱分析
- 图像的信号模型: 可以 1D \rightarrow 2D 直接推广; (经典信号处理)
关键: 图像的函数空间不存在!
现代信号处理: 一般的图像应该是广义函数, 但处理还是用函数空间 BV (或 TV).
自然图像有伸缩不变的统计特征, 戴放大镜的人可以同样正常的生活!
- *** 离散的数学模型: 向量与矩阵变换 (应用线性代数!)
关键: 快速算法。

信号处理中系统模型的例子

- 线性时不变系统LTI: ARMA 模型 $\sum b_i y(n-i) = \sum a_i x(n-i)$
状态空间表示 $x(t+1) = Ax(t) + af(t), y(t) = Cx(t) + bf(t)$
MP3 player;
- 自适应系统(滤波器): $\sum b_i(n)y(n-i) = \sum a_i(n)x(n-i)$
消除噪音的耳机;
- 平稳随机过程: ARMA 模型 $\sum b_i y(n-i) = \sum a_i x(n-i)$
声音的分析;
- Markov 模型: HMM $p(0) = \pi, p(t+1) = Ap(t), y(t) = Cx(t)$
声音的识别;

Why matlab?



Matlab=Matrix Laboratory

- MATLAB VS Mathematica
- MATLAB优点: 交互式环境; 平台独立; 图形功能强大; 应用函数库和工具箱;
- MATLAB缺点: 全英文参考, 比低级语言(C)稍慢; 与C编程有区别. 昂贵.

MATLAB 基础

- 打开和关闭: matlab,quit;
IDE环境: PATH; CLC; (数据, 目录, 历史, 和帮助窗口。)
- 数据(矩阵和数组) 所有数据是数组! ($1 \times N$ 矩阵)
 - 矩阵初始化: ones,zeros,rand; linspace, 1:stepsize:N;
 - 基本矩阵操作: $A = \text{magic}(4), \text{sum}, \text{transpose}, \text{and } \text{diag}, *$,
 - 数组运算: dot
 - 子矩阵运算: "[,(), :, ;]" (高级: 逻辑选取)
- 画图: plot(x,y)

电脑演示: 桌面, 变量, 画图;

MATLAB 信号处理演示

信号: $x(t) = \sin\omega t = \sin 2\pi f t$

- 周期 T , 频率 $f = 1/T$, 角频率 $\omega = 2\pi f$
- 抽样: $x(n) = x(nT_s) = x(n/F_s), T_s$ 是抽样时间, f_s 是抽样频率。
 $x(n) = \sin f * 2\pi n / F_s$
- MATLAB demo:song.m

DTMF:双音多频拨号:MATLAB demo

- 拨号:两组频率, 12个符号(原始16个)
- 生成拨号音: $x(t) = \sin at + \sin bt$
- 谱分析: DFT, FFT
- 识别拨号音;

电脑演示: